|  |  |
| --- | --- |
| Kinga Wawrzyńczak 236688  Wojciech Stefaniak 236657 | Rok akademicki 2021/22  środa, 12:00 |

**METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM**

Zadanie 4 – metody całkowania numerycznego

**Opis rozwiązania**

Celem zadania było zaimplementowanie dwóch metod całkowania numerycznego, w celu obliczenia przybliżonej wartości całki oznaczonej.

1. Metoda Newtona-Cotesa oparta na trzech węzłach (wzór Simpsona)

W metodzie Newtona-Cotesa zadany przedział całkowania (a; b) dzielimy na N podprzedziałów o równej długości. Następnie obliczamy wartości całkowalnej funkcji dla argumentów . Przybliżoną wartość całki obliczamy za pomocą wzoru Simspona:

1. Kwadratura Gaussa-Hermite’a

Kwadratura obliczana jest na przedziale (-oo; oo) i ma postać:

Korzystając ze znanych współczynników dla kwadratury Gaussa-Hermite’a możemy obliczyć przybliżoną wartość całki za pomocą następującego wzoru:

**Wyniki**

1. Metoda Newtona-Cotesa

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Funkcja | Wynik rzeczywisty | Przedział | Liczba iteracji | Dokładność | Wynik |
|  | 6.2035 | -oo; oo | 6580 | 0.001 | 6.2489 |
|  | 0.6520 | -oo; oo | 89834 | 0.00001 | 0.8969 |
|  | 7.5708 | -oo; oo | 14504 | 0.001 | 7.6325 |
| |x – 2| | 3.5466 | -oo; oo | 18356 | 0.001 | 3.5881 |

1. Kwadratura Gaussa-Hermite’a

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Funkcja | Wynik rzeczywisty | -oo; oo | | | |
| 2 węzły | 3 węzły | 4 węzły | 5 węzłów |
|  | 6.2035 | 6.2035 | 6.2035 | 6.2035 | 6.2035 |
|  | 0.6520 | 0.2764 | 0.7267 | 0.6414 | 0.6532 |
|  | 7.5708 | 7.5863 | 7.5735 | 7.5716 | 7.5711 |
| |x – 2| | 3.5466 | 3.5449 | 3.5449 | 3.5449 | 3.5457 |

**Wnioski**

1. Wyniki wyliczone przy użyciu naszego programu zgadzają się z wynikami uzyskanymi w programie Wolfram Alpha.
2. Kwadratura Gaussa-Hermite’a jest metodą zdecydowanie dokładniejszą, jak i wydajniejszą. Ilość iteracji w jej przypadku jest po prostu ilością użytych węzłów. W przypadku wzoru Simpsona, liczba iteracji może osiągać dziesiątki tysięcy, a wynik i tak nie będzie wystarczająco poprawny.
3. W metodzie Newtona-Cotesa bardzo ważny jest wybór odpowiedniej dokładności. Aby osiągnąć miarodajne wyniki zaleca się używanie wartości z zakresu 0.00001; 0.001.
4. Minusem metody Gaussa jest konieczność całkowania specyficznych funkcji – wymagane jest użycie funkcji wagowej.
5. Wzór Simpsona jest oparty na 3 węzłach, czyli liczba przedziałów n = 2. Nie jest jednak stopnia trzeciego (n + 1), a aż czwartego (metoda jest dokładna dla wielomianów stopnia trzeciego). W praktyce nie stosuje się kwadratur Newtona-Cotesa wysokiego rzędu, ponieważ dla wysokich stopni zachodzi efekt Rungego, z powodu równoodległych węzłów.
6. Kwadratury Gaussa polegają na optymalizacji położenia węzłów interpolacyjnych oraz współczynników Ai(zawsze dodatnie). Węzły xi są pierwiastkami odpowiedniego wielomianu ortogonalnego (rzeczywiste oraz w przedziale [a,b]). Kwadratury Gaussa są dokładne dla wielomianów stopnia 2N + 1.
7. Błąd kwadratury zależy od długości przedziału. Aby policzyć całkę na szerokim przedziale, należy podzielić go na kilka mniejszych.